e la corrispondente differenza *d<p* dei valori del parametro 9, se quei punti sono situali sopra una medesima geodetica del sistema, si ha

d u = $ *u₉* *d v*

~ & *v* , e quindi

d<p = Sj,

talché *dtp* non è altro che la distanza geodetica costante delle due trajettorie (9) e (9 -}- dcp) passanti per quei punti, e quindi 9 è la distanza geodetica del punto (w, *v)* da una determinata trajettoria ortogonale del sistema geodetico considerato. Si può anche dire che le curve (cp) sono le sviluppanti geodetiche di quella curva alla quale sono tangenti tutte le geodetiche del sistema, ossia che formano un sistema di curve parallele fra loro geodeticamente; cosicché se, per esempio, l'integrai primo rappresentasse le geodetiche passanti per un punto fisso, le curve (<p) sarebbero le circonferenze geodetiche aventi il centro in questo punto ed il loro parametro 9 non differirebbe che di una costante dal loro raggio geodetico.

Tutte queste proprietà si possono anche risguardare come contenute nella semplice equazione (7), a tenore di quanto è esposto nell'art. IV delle mie *Ricerche di Analisi applicata alla Geometria* *). L'equazione stessa era già stata data da GAUSS nel § XXII delle sue *Disquisitiones generale*...* Se si parte da essa per determinare la funzione 9 e si chiama *k* la costante arbitraria (non additiva) contenuta in una sua soluzione completa, basta porre

d + - ù
dk -
*

dove ^ è un parametro arbitrario, per avere, dietro quanto si è dimostrato, il sistema delle linee geodetiche cui corrispondono le trajettorie (9). Ne segue che se dalle due equazioni

(tt, v)^ -

si ricavassero i valori di *u, v* in funzione di 9, ^, questi valori darebbero all'elemento lineare la forma

9 essendo funzione di 9, ^ **).

Nel problema speciale di cui ci occupiamo, il significato dell'equazione *D d* 9 = o

*) Giornale di Matematiche, voi. II (1864), pag. 277; oppure queste OPERE, voi. I, pag. 115. **) GAUSS, *Disquisitiones generale*...,* XIX.